اسم المحاضرة
منشور تايلور ومنشور ماكلوران

اسم الدكتور/ة
أ.م ماهر صهلة

التاريخ :

اسم المادة
رياضيات -1-

RBOHAMAK

ندعو المتسلسلة $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x-x_0)^n$ بالمتسلسلة تايلور.
متسلسلة تايلور للدالة $f(x)$ عند x_0

وحالة خاصة عندما $x_0 = 0$ تكتب المتسلسلة بشكل.

$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n$ وتدعى متسلسلة ماكلوران للدالة $f(x)$ عند الصفر.

أوجد منشور ماكلوران:

$$f(x) = e^x$$

$$f(x) = e^x \Rightarrow f(0) = 1$$

$$f'(x) = e^x \Rightarrow f'(0) = 1$$

$$f''(x) = e^x \Rightarrow f''(0) = 1$$

$$f^{(n)}(x) = e^x \Rightarrow f^{(n)}(0) = 1$$

لدينا منشور ماكلوران:

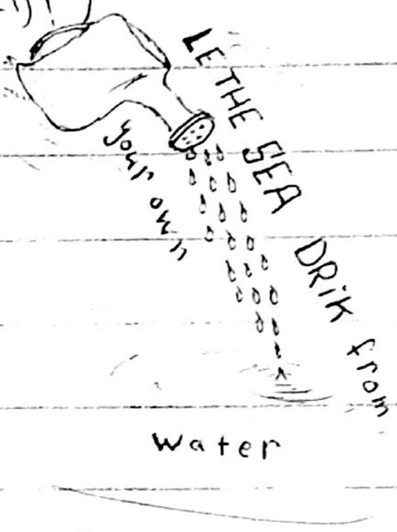
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n = \frac{1}{0!}x^0 + \frac{1}{1!}x^1 + \frac{1}{2!}x^2 + \frac{1}{3!}x^3 + \dots \dots \frac{1}{n!}x^n = \frac{x^n}{n!}$$

يمكن اعتبارها e

$$e^{x}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^{n}}{n!}$$

اوجد مجموع الدالة أو ادرس تقارب المتسلسلة واوجد مجموعها

$$\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{1}{n!}+\frac{1}{(n-1)!}\right)$$



نفرض u_n

$$u_0=\frac{1}{0!}$$

$$u_1=\frac{1}{1!}+\frac{1}{0!}$$

$$u_2=\frac{1}{2!}+\frac{1}{1!}$$

$$u_3=\frac{1}{3!}+\frac{1}{2!}$$

$$u_4=\frac{1}{4!}+\frac{1}{3!}$$

$$u_n=\frac{1}{n!}+\frac{1}{(n+1)!}$$

$e \qquad e$

$e+e=2e$ ← متقاربة ومجموعها

نضيف ونطرح 4

$$* \quad \frac{n^2-4+4}{(n+2)!}=\frac{(n-2)(n+2)}{(n+2)(n+1)!}+\frac{4}{(n+2)!}$$

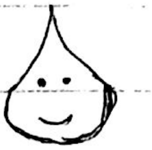
$$=\frac{(n-2)}{(n+1)!}+\frac{4}{(n+2)!}=\frac{n+1-3}{(n+1)!}+\frac{4}{(n+2)!}$$

$$=\frac{n+1}{(n+1)n!}-\frac{3}{(n+1)!}+\frac{4}{(n+2)!}=\frac{1}{n!}-\frac{3}{(n+1)!}+\frac{4}{(n+2)!}$$

Scanned by CamScanner

ادرس تقارب المتسلسلة واحسب مجموعها

$$\sum_{n=4}^{\infty} \frac{n+1}{(n+2)!}$$



$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{n+2}{(n+3)!} \cdot \frac{(n+2)!}{n+1} =$$

$$= \frac{n+2}{(n+3)(n+2)!} \cdot \frac{(n+2)!}{n+1} = \frac{n+2}{(n+3)(n+1)} \xrightarrow[n\to\infty]{} 0 < 1$$

متقاربة حسب دالامبير

حساب مجموعها :

$$\sum_{4}^{\infty} \frac{n+1}{(n+2)!} = \frac{n+1}{(n+2)!} = \frac{n+2-1}{(n+2)!} = \frac{n+2}{(n+2)!} - \frac{1}{(n+2)!}$$

$$= \frac{n+2}{(n+2)(n+1)!} - \frac{1}{(n+2)!} = \frac{1}{(n+1)!} - \frac{1}{(n+2)!}$$

$$\sum_{4}^{\infty} \frac{n+1}{(n+2)!} = \sum_{4}^{\infty} \left(\frac{1}{(n+1)!} - \frac{1}{(n+2)!} \right)$$

$$= \frac{1}{5!} - \frac{1}{6!} + \frac{1}{6!} - \frac{1}{7!} + \frac{1}{7!} - \dots - \frac{1}{n!} - \frac{1}{(n+1)!}$$

$$\frac{1}{5!} - \frac{1}{(n+1)!} \xrightarrow{\text{بأخذ نهاية المتتالية الجزئية}} \frac{1}{5!} - 0 = \frac{1}{5!} = \frac{1}{120}$$

* ادرس تقارب متسلسلة

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sin^3 n}{3^n}$$

$$-1 < \sin^3 n < 1$$

$$0 = \frac{0}{3^n} < \frac{1+\sin^3 n}{3^n} < \frac{2}{3^n}$$

$$2\frac{1}{3^n} = 2\left(\frac{1}{3}\right)^n$$ متتالية هندسية

اساسها $|q| = \frac{1}{3} < 1$ فهي متقاربة

$$\frac{1+\sin^3 n}{3^n} < 2\left(\frac{1}{3}\right)^n$$ متتالية هندسية

ومن تقارب الكبيرة ينتج تقارب الصغيرة .

Scanned by CamScanner

- ادرس تقارب متسلسلة

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{n+2}{n+1}$$

الحد العام لا يسعى نحو الصفر فهي متباعدة

- ادرس تقارب متسلسلة $2+6+18+54+\cdots$

$$2(1+3+9+27+\cdots)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} 2(3^n)$$ فهي متباعدة $q=3>1$

* اوجد نصف القطر التقارب ومجال التقارب لمتسلسلة القوى

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3x-2)^n}{2n}$$ نطبق قانون $\sum a_n(x-x_0)^n$

$$a_n = \frac{3^n}{2n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{2n}\left(x-\frac{2}{3}\right)^n$$

$$\sqrt[n]{a_n} = \frac{\sqrt[n]{3^n}}{\sqrt[n]{2n}} \longrightarrow \frac{3}{1} = \lambda$$

(تهمل) $\sqrt[n]{2n}$

$]1, \frac{1}{3}[\longleftarrow$ مجال $\longleftarrow \rho = \frac{1}{3}$

$$\sum \frac{3^n(\frac{1}{3})^n}{n} = \sum \frac{1}{2n} \Leftarrow x=1$$

متباعدة $\Leftarrow \frac{1}{2}\left(\sum \frac{1}{n}\right) =$ متباعدة حسب ريمان

متباعدة حسب ليبنتز $\sum \frac{3^n(-\frac{1}{3})^n}{2n} = \sum \frac{(-1)^n}{2n} \Leftarrow x = \frac{1}{3}$

اصبح المجال $]1, \frac{1}{3}]$

Let we see your smile

Scanned by CamScanner

* $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{1+4n} = \frac{a_n}{d_n} = \frac{\frac{3}{1+4n}}{\frac{1}{n}} = \frac{3}{1+4n} \cdot \frac{n}{1}$

$= \frac{3n}{1+4n} \longrightarrow \frac{3}{4} \neq 0$

المتسلسلتان ذات طبيعة واحدة

$\sum \frac{1}{n}$ متباعدة حسب ريمان ⇐ المتسلسلة متباعدة

* ادرس تقارب المتسلسلة $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(1+\frac{1}{n}\right)$

$\ln\left(\frac{n}{n}+\frac{1}{n}\right) = \ln\left(\frac{n+1}{n}\right) = \ln(n+1) - \ln(n)$

$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\ln(n+1) - \ln(n)\right) = \ln 2 - \ln 1 + \ln 3 - \ln 2 +$

$\ln 4 - \ln 3 + \cdots + \ln(n+1) - \ln(n)$

$= \ln(n+1) - \ln(1) = \ln(n+1) \xrightarrow{n\to\infty} \infty$ متباعدة

* ادرس طبيعة المتسلسلة:

$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+2}{n+3}\right)^n = \frac{\sqrt[n]{(n+2)^n}}{(n+3)} = \frac{n+2}{n+3} \longrightarrow 1$

حالة شك لا يمكن حسب كوشي.

Good luck